

2018
ECONOMICS — HONOURS
Seventh Paper
(Group – A)
Full Marks – 50

Candidates are required to give their answers in their own words as far as practicable

প্রাপ্তলিখিত সংখ্যাগুলি পূর্ণমান নির্দেশক

বিভাগ - ক

১। যে-কোনো পাঁচটি প্রশ্নের উত্তর দাও :

(ক) দুটি স্বাধীন সমসত্ত্ব চলক X ও Y -এর ভেদমান যথাক্রমে $\sigma_x^2 = 36$ এবং $\sigma_y^2 = 16$ ।

$U = X + Y$ ও $V = X - Y$ -এর সহগতি সহগাঙ্ক নির্ণয় কর।

8

(খ) ধরা যাক (X, Y) একটি দ্বিমাত্রিক অক্রম চলক, যার $E(X)$ ও $E(Y)$ পাওয়া যায়।
 প্রমাণ কর, $E(X + Y) = E(X) + E(Y)$ ।

8

(গ) ধরা যাক X_1 ও X_2 -র নিম্ন পরিবেশিত যুগ্ম সম্ভাবনা নিবেশন আছে :

		$f(x_1, x_2)$			$P(x_2)$
		x_1	0	1	
x_2	0	h	4h	9h	14h
	1	2h	6h	12h	20h
	2	3h	8h	3h	14h
	3	4h	2h	6h	12h
$P(x_1)$		10h	20h	30h	

(i) h -এর কোন মানের জন্য $f(x_1, x_2)$ একটি বৈধ যুগ্ম সম্ভাবনা নিবেশন হবে ?

(ii) $P(X_1 = X_2)$ কত হবে ?

২+২

(ঘ) “প্রত্যেক প্রকল্প পরীক্ষার ক্ষেত্রে দু-ধরনের ভ্রম থাকে” — এই উক্তি সঠিক হলে প্রকল্প পরীক্ষার প্রয়োজন কী ?

8

(ঙ) ডিপার্টমেন্টাল স্টোরগুলিতে সাবানের গড় সাপ্তাহিক বিক্রয় এক একটি দোকানের ক্ষেত্রে 146.3। বিজ্ঞাপনের পর 22 টি দোকানে এই গড় বিক্রি কোনো একটি সপ্তাহে বৃদ্ধি পেয়ে 153.7 হয় ও সম্যক চ্যুতি হয় 17.2। বিজ্ঞাপন করা কি সফল হয়েছে বলে মনে কর ? এই পরীক্ষাটির তাৎপর্য সীমা 5% ধরা যেতে পারে।

(প্রদত্ত : $t_{0.05, 21} = 1.72$)

8

(চ) যদি $Y_i = \alpha + \beta X_i + u_i$ একটি প্রত্যাবৃত্তি রেখা হয়, এবং যদি প্রতিটি X সংখ্যাকে 2 দিয়ে গুণ করা হয়, তাহলে residuals এবং Y -এর মান কি পরিবর্তিত হবে? বোঝাও।

8

(ছ) MVUE (Minimum Variance Unbiased Estimator) কাকে বলে ? বিরতিযুক্ত এস্টিমেশন (Interval estimation) কেন বিন্দু এস্টিমেশনের থেকে তুলনামূলকভাবে শ্রেয় ?

২+২

(জ) X_i ($i = 1, 2, \dots, n$) -এর উপর Y_i -এর লিস্ট স্কোরায় ফিট থেকে প্রাপ্ত রেগিডুয়াল যদি \bar{u}_i হয়, তবে প্রমাণ কর :

$$(i) \sum_{i=1}^n X_i \hat{u}_i = 0 \quad (ii) \sum_{i=1}^n \hat{Y}_i \hat{u}_i = 0$$

২+২

বিভাগ - খ

যে-কোনো পাঁচটি প্রশ্নের উত্তর দাও

২। X ও Y চল দুটির সম্ভাবনা ঘনত্ব অপেক্ষকটি নিম্নরূপ :

$$f(x, y) = 1 - \frac{x}{3} - \frac{y}{3} \quad 0 \leq x \leq 2 \quad 0 \leq y \leq 1$$

$$= 0 \quad \text{অন্যত্র}$$

(ক) X ও Y -এর প্রান্তিক ঘনত্ব নির্ণয় কর।

(খ) $P(X \geq 1, Y \leq 0.5)$ -এর মান কত ?

২+২+২

৩। (ক) 41 ইউনিট বিশিষ্ট একটি সসীম জনসংখ্যা থেকে 5 আকার বিশিষ্ট একটি সরল, পুনর্বাঁসন ব্যতীত, অক্রম নমুনা (SRSWOR) সংগ্রহিত হলো। যদি জনসংখ্যার সম্যক চ্যুতি 6.25 হয়, তবে নমুনা গড়ের সম্যক ভ্রান্তি কত হবে ?

(খ) কোনো স্বাভাবিক জনসংখ্যা $N(\mu, \sigma^2)$ থেকে x_1, \dots, x_n -এর একটি অক্রম নমুনা নেওয়া হলে নিম্নলিখিত রাশিগুলির বিস্তৃতি নির্ণয় কর :

(i) $\frac{z}{\sqrt{\chi^2/n}}$, যেখানে z হল সম্যক স্বাভাবিক চলক ও χ^2 একটি কাই স্কোয়ার চলক

যার স্বাধীনতার মাত্রা n।

(ii) $\frac{\chi_1^2/n_1}{\chi_2^2/n_2}$, যেখানে χ_1^2 ও χ_2^2 দুটি স্বাধীন কাই স্কোয়ার চলক, যাদের স্বাধীনতার

মাত্রা যথাক্রমে n_1 ও n_2 ।

৪+১+১

৪। m ট্রায়ালবিশিষ্ট ও P, যা সাফল্যের অনুপাত, এবং m ও P দুটি প্যারামিটার, এমন একটি বাইনোমিয়াল নিবেশনের গরিষ্ঠ আশংসামান প্রাক্কলন নির্ধারণ কর যেখানে m জ্ঞাত।

৬

৫। ধরা যাক x_1, x_2, \dots, x_n একটি সমসম্ভব নমুনা যা অসীম জনসংখ্যা থেকে নেওয়া হয়েছে,

যার ভেদমান σ^2 এবং নমুনা গড় \bar{x} । দেখাও যে $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$ হল σ^2 -এর একটি পক্ষপাত বিশিষ্ট

অপেক্ষক, যা n -এর বৃহৎ মানের জন্য অবজ্ঞা করা যায়। σ^2 -এর কোনো পক্ষপাতহীন এস্টিমেটর দিতে পার কি ?

৪+২

৬। বর্গসমূহের ক্ষুদ্রতমকরণ পদ্ধতিতে প্রাপ্ত এস্টিমেটরগুলির ক্ষেত্রে হেটেরোস্কেডাস্টিসিটির প্রভাব আলোচনা কর। WLS (Weighted Least Square) পদ্ধতির সাহায্যে কীভাবে নিয়ন্ত্রণ করা যায় ?

২+৪

৭। X ও Y এই দুটি চলক নিম্নলিখিত স্টোকাস্টিক সমীকরণের দ্বারা আবদ্ধ :

$Y_i = \alpha + \beta X_i + u_i$; যেখানে u_i একটি প্রথাগত অক্রম ডিস্টারবেস যার গড় শূন্য ও সম্যক চ্যুতি, σ^2 একটি ধ্রুবক। এই সম্পর্কটি যাচাই করার জন্য একজন গবেষক ৪ সংখ্যাবিশিষ্ট একটি নমুনা সংগ্রহ করে নিম্নলিখিত তথ্য পরিবেশন করেন :

$$\sum X = 24, \quad \sum X^2 = 75, \quad \sum Y = 108, \quad \sum Y^2 = 1620, \quad \sum XY = 343.5$$

(ক) ছেদক সহগ ও নতি সহগের এস্টিমেটর নির্ধারণ কর।

[Turn Over]

(খ) কোয়েফিশিয়েন্ট অফ ডিটার্মিনেশনের মান কত হবে ?

(গ) 1% তাৎপর্যমাত্রায় পরীক্ষা কর, নতি সহগ শূন্য থেকে তাৎপর্যপূর্ণভাবে তফাত কিনা।

(প্রদত্ত $t_{0.005, 6} = 3.70$)

২+২+২

৮। 900 সদস্য বিশিষ্ট একটি নমুনার গড় 3.4 cms ও সম্যক চ্যুতি 2.61 cms। এই নমুনাটি কি 3.25 cms গড় বিশিষ্ট ও 2.61 cms সম্যক চ্যুতি বিশিষ্ট একটি বৃহৎ জনসংখ্যা থেকে সংগ্রহ করা হয়েছে ? তোমার ধারণাটি 5% তাৎপর্য সীমায় পরীক্ষা কর। যদি জনসংখ্যাটি স্বাভাবিক হয় ও তার গড় অজ্ঞাত হয়, তবে যথার্থ গড়ের 95% নিশ্চিত সীমা নির্ণয় কর।

$$\text{(প্রদত্ত : } \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{1.96}^{\infty} e^{-x^2/2} dx = 0.025)$$

৩+৩

৯। সিমেন্ট উৎপাদনের তথ্য নিম্নে পরিবেশিত হলো। লঘিষ্ঠ বর্গ পদ্ধতিতে একটি সরলরৈখিক প্রবণতা নির্ণয় কর :

বর্ষ	:	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008
উৎপাদন	:	683	687	678	665	656	689	691	698
		(‘000 টন)							

নির্ণীত প্রবণতা থেকে 2007 -এর জুলাই মাসের প্রবণতার মান নির্ণয় কর।

8+২

The figures in the margin indicate full marks

Section - A

1. Answer **any five** questions :

(a) Two independent variables X and Y have the following variances :

$\sigma_x^2 = 36$, $\sigma_y^2 = 16$. Calculate the correlation coefficient between $U = X + Y$ and $V = X - Y$.

4

(b) Let (X, Y) be two dimensional random variables, such that E(X) and E(Y) exist. Then prove that :

$$E(X + Y) = E(X) + E(Y)$$

4

(c) Let X_1 and X_2 have the following joint probability distribution :

		f(x ₁ , x ₂)			P(x ₂)
		x ₁	0	1	
x ₂	0	h	4h	9h	14h
	1	2h	6h	12h	20h
	2	3h	8h	3h	14h
	3	4h	2h	6h	12h
P(x ₁)		10h	20h	30h	

(i) Find h so that f(x₁, x₂) is a valid joint probability distribution.

(ii) Obtain P(X₁ = X₂).

2+2

(d) "In every hypothesis testing the two types of errors are always present" Do you agree ? If this is true, then explain what is the use of hypothesis testing.

4

(c) The mean weekly sales of soap bars in departmental stores was 146.3 bars per store. After an advertising campaign the mean weekly sales in 22 stores for a typical week increased to 153.7 and showed a standard deviation of 17.2. Was the advertising campaign successful? Consider the level of significance for carrying out the test is at 5%.

(Given : $t_{0.05, 21} = 1.72$)

4

(f) In the regression $Y_i = \alpha + \beta X_i + u_i$, suppose we multiply each X value by 2, will it change the residuals and fitted values of Y? Explain.

4

(g) What is MVUE (Minimum Variance Unbiased Estimator)? Why is interval estimation superior to point estimation?

2+2

(h) Let \hat{u}_i be the residuals in the Least Squares fit of Y_i against X_i , ($i = 1, 2, \dots, n$). Derive the following results :

(i) $\sum_{i=1}^n X_i \hat{u}_i = 0$ (ii) $\sum_{i=1}^n \hat{Y}_i \hat{u}_i = 0.$

2+2

Section - B

Answer *any five* questions

2. Let X and Y be two continuous random variables having joint probability function

$$f(x, y) = 1 - \frac{x}{3} - \frac{y}{3}, \quad 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 1$$

$$= 0 \quad \text{elsewhere}$$

(a) Obtain the marginal densities of X and Y.

(b) Find $P(X \geq 1, Y \leq 0.5)$.

2+2+2

3. (a) A simple random sample of size 5 is drawn without replacement from a finite population consisting of 41 units. If the population standard deviation is 6.25, what is the standard error of sample mean?

(b) If x_1, x_2, \dots, x_n is a random sample from a normal population $N(\mu, \sigma^2)$, how are the following distributed?

(i) $\frac{z}{\sqrt{\chi^2/n}}$, where z is a standard normal variate and χ^2 is

chi - square variate, with n degrees of freedom.

(ii) $\left(\frac{\chi_1^2}{n_1} \right) / \left(\frac{\chi_2^2}{n_2} \right)$, where χ_1^2 and χ_2^2 are two independent

chi - square variates with degrees of freedoms n_1 and n_2 respectively.

4+1+1

4. Obtain a maximum likelihood estimator of P, the proportion of success for a binomial distribution having parameters m and P, where m, the total number of trials, is known.

6

5. Let x_1, x_2, \dots, x_n be a random sample from an infinite population with variance σ^2 and \bar{x} as the sample mean. Show that $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$ is a biased estimator of σ^2 where the bias is negligible for large n . Can you give an unbiased estimator of σ^2 ?

4+2

6. What are the consequences of heteroscedasticity on least square estimators? How can you use the Weighted Least Square Method (WLS) to correct the problem of heteroscedasticity?

2+4

7. Two variables Y and X are believed to be related by the following stochastic equation:

$Y_i = \alpha + \beta X_i + u_i$, where u_i is the usual random disturbance with zero mean and constant variance σ^2 . To check this relationship one researcher takes a sample size of 8 and obtained the following information:

$$\begin{aligned} \Sigma X &= 24 & \Sigma X^2 &= 75 & \Sigma Y &= 108 \\ \Sigma Y^2 &= 1620 & \Sigma XY &= 343.5 \end{aligned}$$

- Find the estimators of intercept coefficient and slope coefficient.
- Find the value of coefficient of determination.
- Test whether the slope coefficient is significantly different from zero, at 1% level of significance.

(Given: Value of $t_{0.005, 6} = 3.70$)

2+2+2

8. A sample of 900 members has a mean 3.4 cms, and standard deviation 2.61 cms. Is the sample drawn from a large population of mean 3.25 cms and standard 2.61 cms? Test your claim at 5% level of significance. If the population is normal and its mean is unknown, find the 95% confidence limits of true

mean. (Given: $\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{1.96}^{\infty} e^{-x^2/2} dx = 0.025$)

3+3

9. Fit a straight line trend by least square method to the following figures of production of a cement factory:

Year	:	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008
Production	:	683	687	678	665	656	689	691	698
(in 1000 tons)									

From the fitted line, find the trend value for July 2007 in thousand tons.

4+2